AII	1ère STI GM	Lycée Jean Perrin - REZE
Référence B.O. : 3.2, 4.1 et 4.2	**COMMANDE DES SYSTEMES Traitement combinatoire Traitement séquentiel**	**COURS**

Tout objet appartenant à un système automatisé (constituant de la partie commande, de la partie opérative) auquel on peut attribuer 2 états (marche ou arrêt, vrai ou faux, 1 ou 0,…) est appelé **objet logique ou variable binaire**.

1. Variable binaire

Une variable binaire ne peut prendre que deux valeurs : vraie ou fausse.
Par convention, en logique positive :

La valeur **vraie** correspond à la valeur numérique **1**.
La valeur **fausse** correspond à la valeur numérique **0**.

➭ Un appareil qui fonctionne ou qui est actionné est à l'état 1
Un appareil qui est arrêté ou est relâché est à l'état 0

Les capteurs et les boutons du pupitre sont appelés **variables d'entrées**.
Les actionneurs ou pré-actionneurs sont appelés **variables de sortie**.

2. Equation logique

A chaque variable binaire (entrée ou sortie), on associe un mnémonique auquel on donne une valeur logique.
exemple :

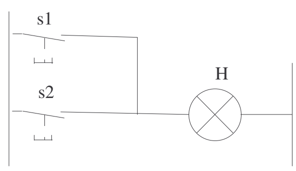
variables	mnémoniques
premier bouton poussoir	s1
deuxième bouton poussoir	s2
voyant	H

Si l'état du voyant H dépend de l'état d'un bouton-poussoir s1 ou d'un bouton poussoir s2, on écrit :

H = s1 + s2

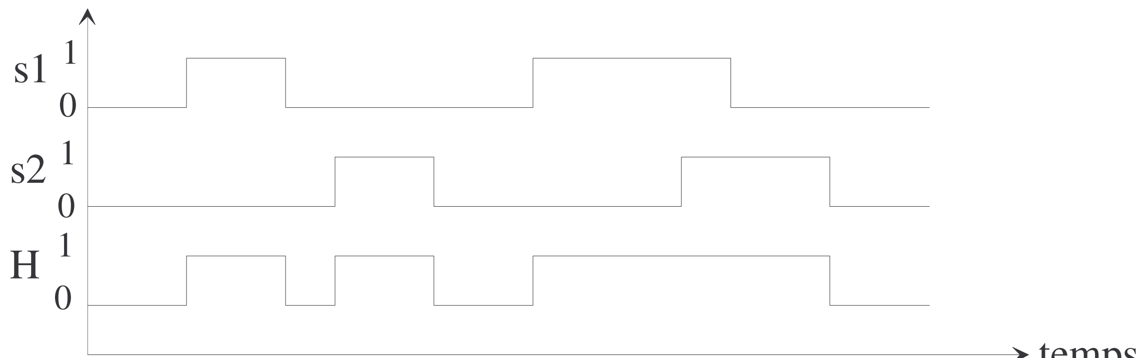
H = s1 + s2
est l'équation logique de la variable de sortie H en fonction des variables d'entrées s1 et s2
H = f(s1,s2)

Schéma électrique correspondant :



3. Comportement combinatoire ou séquentiel d'un objet logique

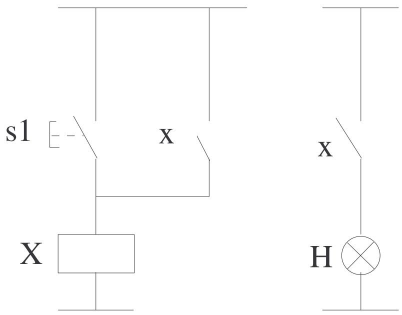
Exemple 1: reprendre l'exemple ci-dessus
Description du fonctionnement : le voyant H ne s'allumera que si l'on appuie sur le bouton s1 ou sur le bouton s2.
Chronogramme :



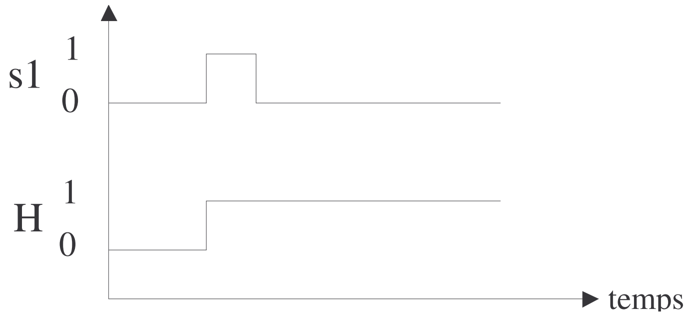
L'état de H ne dépend que de l'état des variables d'entrée s1 et s2 ⇒ H = f(s1,s2)
Dans cet exemple, **le voyant H est un objet à comportement combinatoire** : le même état de s1 ou de s2 entraîne toujours le même état de H.

Exemple 2 :

X : bobine d'un relais
x : contact de ce relais



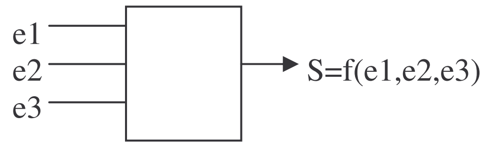
Chronogramme :



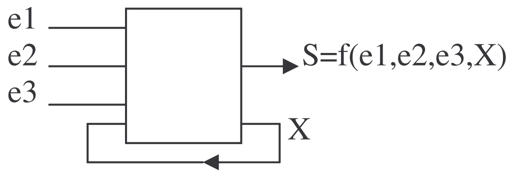
L'état de H dépend de l'état de la variable d'entrée s1 et de l'état précédent du système.
Dans ce deuxième exemple, **le voyant H est un objet à comportement séquentiel** : le même état de s1 n' entraîne pas toujours le même état de H.

Résumé :

Traitement combinatoire :
L'état de la sortie est directement et seulement fonction de l'état de la ou des entrées.



Traitement séquentiel :
L'état de la sortie est fonction :
- de l'état des entrées (e1,e2,…)
- et de l'état antérieur du système (X)



4. Les opérateurs logiques combinatoires

4.1 Les opérateurs logiques de base

L'opérateur OUI

Définition : L'état de la variable de sortie S de l'opérateur logique **OUI** est égal à l'état de la variable d'entrée.

Chronogramme

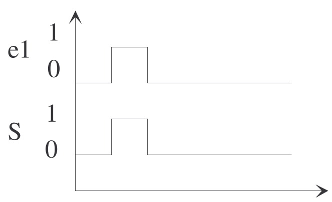
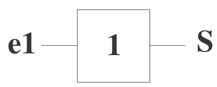


table de vérité

e1	S
0	0
1	1

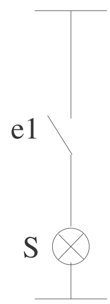
symbole normalisé



équation logique

S = e1

schéma électrique



L'opérateur NON

Définition : L'état de la variable de sortie S de l'opérateur logique **NON** est le complément logique de l'état de la variable d'entrée.

Chronogramme

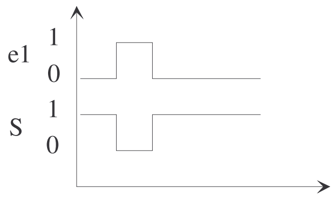
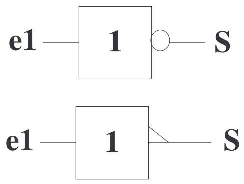


table de vérité

e1	S
0	1
1	0

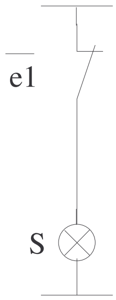
symbole normalisé



équation logique

$S = \overline{e1}$

schéma électrique



L'opérateur OU

Définition : L'état de la variable de sortie S de l'opérateur logique **OU** est à l'état logique 1 si et seulement si au moins une de ses variables d'entrée est à l'état logique 1.

Chronogramme

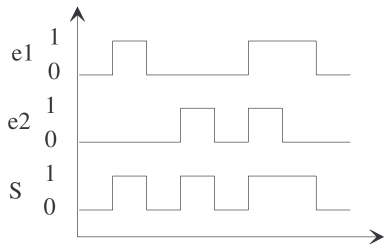
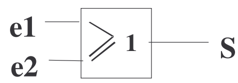


table de vérité

e1	e2	S
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

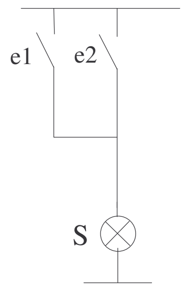
symbole normalisé



équation logique

$S = e1 + e2$

schéma électrique



L'opérateur ET

Définition : L'état de la variable de sortie S de l'opérateur logique **ET** est à l'état logique 1 si et seulement si toutes ses variables d'entrée est à l'état logique 1.

Chronogramme

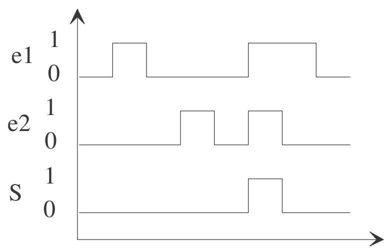
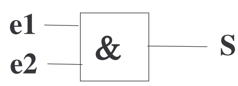


table de vérité

e1	e2	S
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

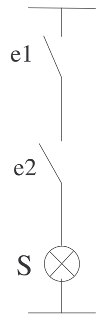
symbole normalisé



équation logique

$S = e1 \cdot e2$

schéma électrique



4.2 Le théorème de DE MORGAN

Le complément d'une somme est égal au produit de chaque terme complémenté ⇨ $\overline{a + b} = \overline{a} \cdot \overline{b}$

Le complément d'un produit est égal à la somme de chaque terme complémenté ⇨ $\overline{a \cdot b} = \overline{a} + \overline{b}$

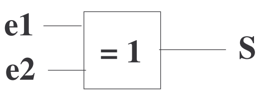
4.3 Les opérateurs logiques dérivés

L'opérateur OU EXCLUSIF

table de vérité

e1	e2	S
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

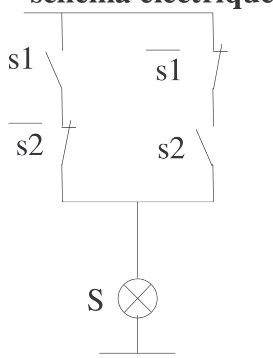
symbole normalisé



équation logique

$S = s1 . \overline{s2} + \overline{s1} . s2$

schéma électrique

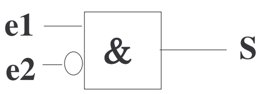


L'opérateur INHIBITION

table de vérité

e1	e2	S
0	0	0
0	1	0
1	0	1
1	1	0

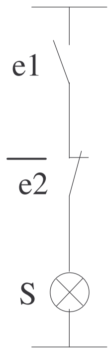
symbole normalisé



équation logique

$S = e1 . \overline{e2}$

schéma électrique

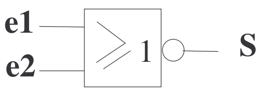


L'opérateur NON OU (NOR) : c'est la fonction OU complémentée

table de vérité

e1	e2	S
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

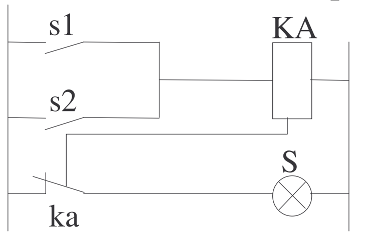
symbole normalisé



équation logique

$S = \overline{s1 + s2}$

schéma électrique

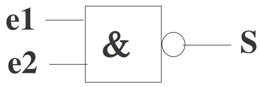


L'opérateur NON ET (NAND) : c'est la fonction ET complémentée

table de vérité

e1	e2	S
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

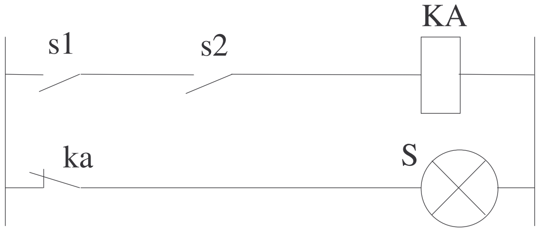
symbole normalisé



équation logique

$S = \overline{s1 \cdot s2}$

schéma électrique

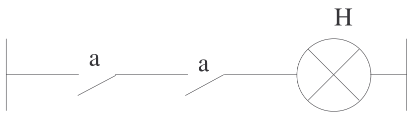


4.4 Les propriétés des opérateurs logiques de base

Ces propriétés sont démontrées en théorie des ensembles et en algèbre de Boole (George Boole (1815-1864) : mathématicien britannique, fut l'un des fondateurs de la logique mathématique moderne).

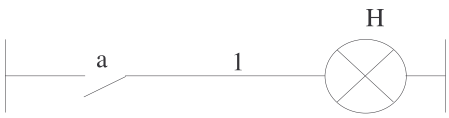
L' associativité	La commutativité	La distributivité
a . b . c = (a . b) . c = a . (b . c) a + b + c = (a + b) + c = a + (b +c)	a . b = b . a a +b = b + a	a + (b . c) = (a + b) . (a + c) a . (b + c) = (a . b) + (a . c)

Propriétés particulières



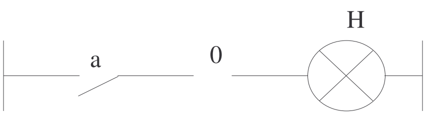
H = a . a

a . a = a



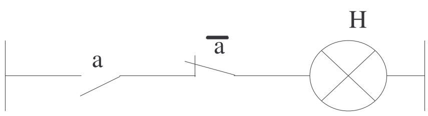
H = a . 1

a . 1 = a



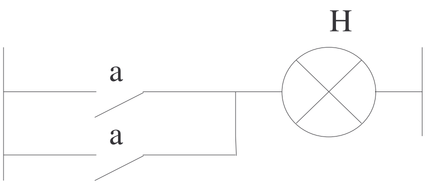
H = a . 0

a . 0 = 0



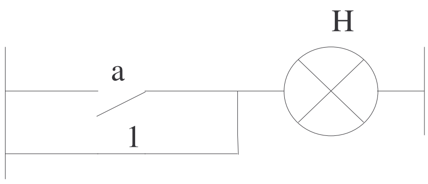
$H = a . \overline{a}$

$a . \overline{a} = 0$



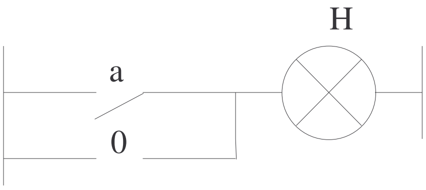
H = a + a

a + a = a



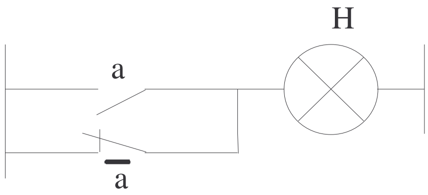
H = a + 1

a + 1 = 1



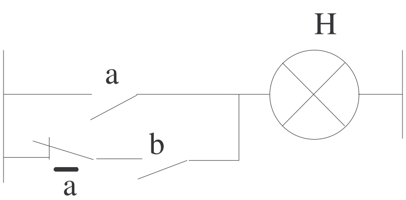
H = a + 0

a + 0 = a



$H = a + \overline{a}$

$a + \overline{a} = 1$

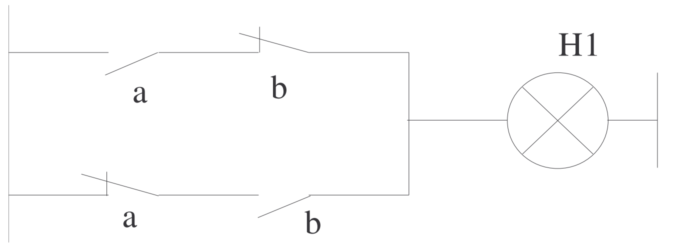


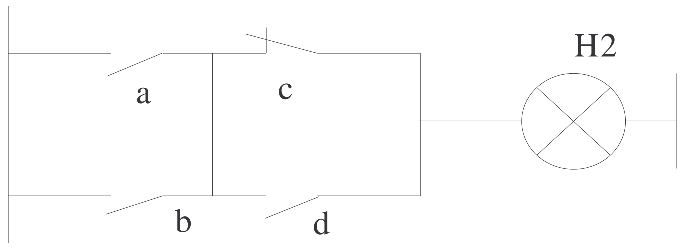
$H = a + \overline{a}\ b$

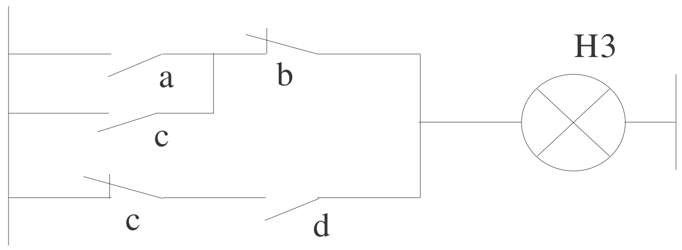
$a + \overline{a}\ b = a + b$

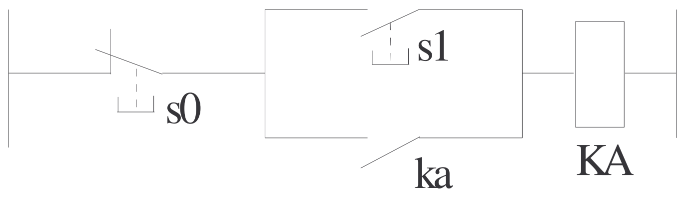
4.5 Equation logique d'un circuit

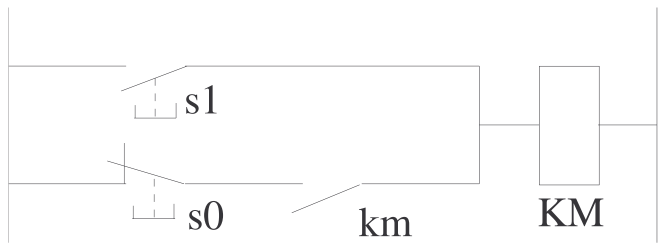
Rechercher les équations logiques des circuits suivants :

<table>
<tr>
<td>


</td>
<td>$H1 = a\ \bar{b} + \bar{a}\ b$</td>
</tr>
<tr>
<td>


</td>
<td>$H2 = (a + b)(\bar{c} + d)$</td>
</tr>
<tr>
<td>


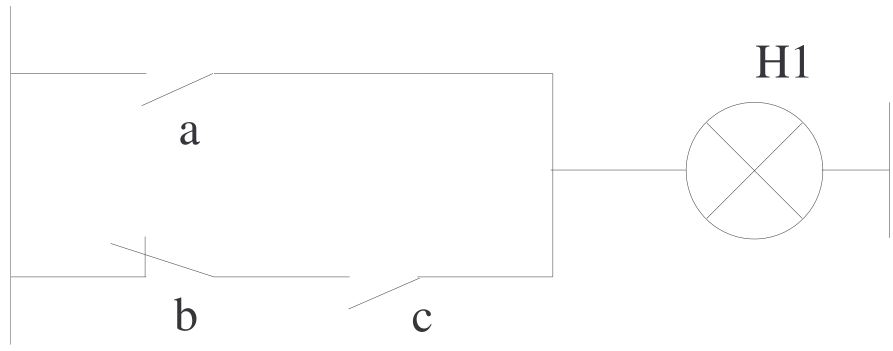
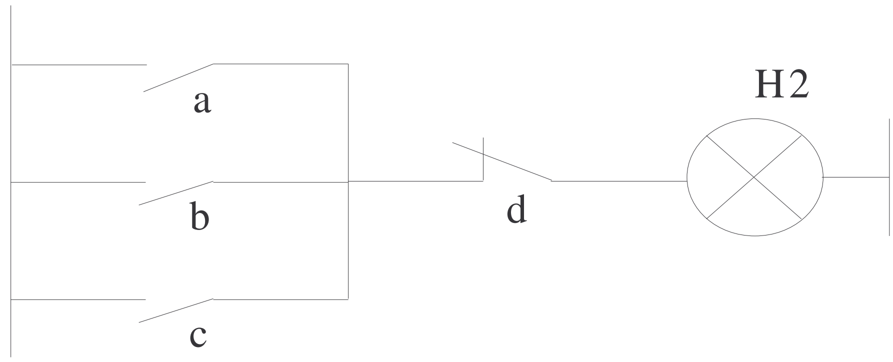
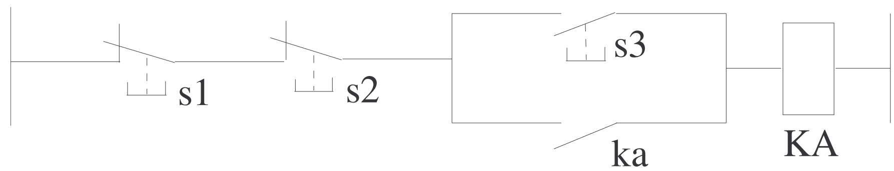
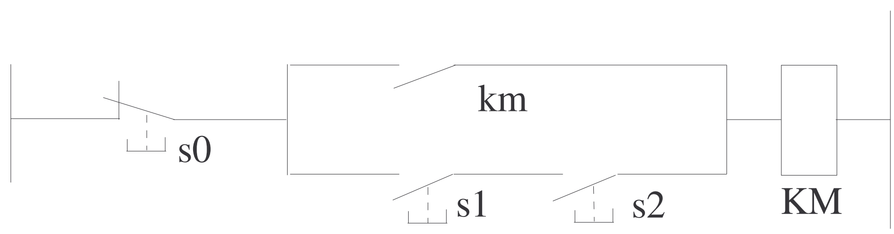
</td>
<td>$H3 = (a + c)\ \bar{b} + \bar{c} . d$</td>
</tr>
<tr>
<td>


</td>
<td>$KA = \overline{s0}\ (s1 + ka)$</td>
</tr>
<tr>
<td>


</td>
<td>$KM = s1 + (\overline{s0} . km)$</td>
</tr>
</table>

4.6 Schéma logique d'un circuit

Etablissez les schémas relatifs aux équations suivantes :

$\mathbf{H1 = a + \bar{b}\,c}$	
$\mathbf{H2 = (a + b + c).\,\bar{d}}$	
$\mathbf{KA = \overline{s1}\,.\,\overline{s2}\,.\,(s3 + ka)}$	
$\mathbf{KM = \overline{s0}\,.\,(s1\,.\,s2 + km)}$	

5. Simplification des équations logiques
5.1 Simplifications algébriques

Exemple 1 : salle de cinéma

Les 3 haut-parleurs d'une salle de cinéma (**a**, **b**, **c**) sont branchés sur un amplificateur à deux sorties :
- une sortie d'impédance 4 Ω (sortie **S4**)
- une sortie d'impédance 8 Ω (sortie **S8**)

Un seul haut-parleur à la fois peut être relié à la sortie **S8**.
Deux haut-parleurs à la fois peuvent être reliés à la sortie **S4**.
Le fonctionnement simultané des trois haut-parleurs est interdit.

*Compléter la table de vérité, en déduire les équations de **S4** et **S8** et les simplifier.*

a	b	c	S4	S8
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0

S4 = /a.b.c + a. /b.c + a.b. /c

S8 = /a. /b.c + /a.b. /c + a. /b. /c

Exemple 2 : serrure de coffre

Quatre responsables (**A, B, C et D**) d'une société peuvent avoir accès a un coffre. Ils possèdent chacun une clé différente (**a, b, c et d**).

<u>*Mode de fonctionnement de l'ouverture du coffre:*</u>

➭ le responsable **A** ne peut ouvrir le coffre qu'en présence du responsable **B** ou du responsable **C**.
➭ les responsables **B, C et D** ne peuvent ouvrir le coffre qu'en présence d'au moins deux des autres responsables.

Rechercher l'équation logique de la serrure (**sortie S**) **en fonction des clés** (**entrées a, b, c et d**) *et la simplifier*.

a	b	c	d	S
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

S =/abcd + <u>a/bc/d + a/bcd</u> + <u>ab/c/d + ab/cd</u> + <u>abc/d + abcd</u>
a/bc ab/c abc
S = /abcd + a/bc + ab/c + abc
/abcd + ac + ab/c
c(a + /abd) + ab/c
c(a + bd) + ab/c
ac + bcd + ab/c
a(c + b/c) + bcd ⇒ **S = a(c + b) + bcd**

5.2 simplifications des équations logiques par la méthode de KARNAUGH

Principe : voir la fiche référence *"simplification des équations logiques"*
Exercices :
Simplifier les équations logiques suivantes :

- **algébriquement**
- avec un tableau de **Karnaugh**

S = /a.b.c + a.b.c
Simplification algébrique : S = (/a + a) bc

Simplification avec tableau de karnaught : ab

c \ ab	00	01	11	10
0	**0**	**0**	**0**	**0**
1	**0**	**1**	**1**	**0**

S = /a./b +/a./b.c + /a.b.c
Simplification algébrique : S = /a /b + /a c (b + /b) **S = /a /b + /a c**

Simplification avec tableau de karnaught : ab

c \ ab	00	01	11	10
0	**1**	**0**	**0**	**0**
1	**1**	**1**	**0**	**0**

S = /a.b./c + /a.b + a.b.c + a.b./c + a./b.c
Simplification algébrique :

S = b (/a /c + /a + $\underline{\text{ac + a /c}}$) + a /b c
= b (/a /c + /a + a) + a /b c
= b ($\underline{\text{/a /c + /a}}$ + a) + a /b c
= b ($\underline{\text{/a (1+/c)}}$ + a) + a /b c
= b ($\underline{\text{/a + a}}$) + a /b c
= b + /bac
S = b + ac

Simplification avec tableau de karnaught : ab

c \ ab	00	01	11	10
0	**0**	**1**	**1**	**0**
1	**0**	**1**	**1**	**1**

S = /a./b./c./d + /a./b.c./d + a./b./c./d + a./b.c./d

Simplification algébrique :

S = /b /d (/a /c + /a c + a /c + ac)
S = /b /d (/a (/c + c) + a (/c + c))
S = /b /d (/a + a)
S = /b /d

Simplification avec tableau de karnaught : ab

cd \ ab	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	0	0	0	0
11	0	0	0	0
10	1	0	0	1

S = /c. /d + a. /b.c + a.b.c + /a .b.c + /a. /b.c

Simplification algébrique :

S = /c /d + c(a /b + ab + /a b + /a /b)
S = /c /d + c (b (/a + a) + /b (a + /a))
S = /c /d + c (b + /b)
S = /c /d + c
S = c + /d

Simplification avec tableau de karnaught : ab

cd \ ab	00	01	11	10
00	**1**	**1**	**1**	**1**
01	**0**	**0**	**0**	**0**
11	1	1	1	1
10	1	1	1	1