Seconde TSA TP logique 1998

Objectif terminal: N° 16 Etablir la table de vérité d'une fonction logique associée à une réceptivité ou à un ordre conditionnel .

Acquis préalables: Néant

Savoir nouveau:

- Les propositions logiques :
  - relation cause - effet (Si... alors . ..)
  - opérateurs logiques ET, OU , NON ; propriétés : commutativité, associativité, distributivité.
- Table de vérité d'une fonction logique.

Condition de réalisation:

- Le dossier technique,
- Le dossier ressources,
- Une alimentation,
- Un moniteur M10 avec ses câbles.

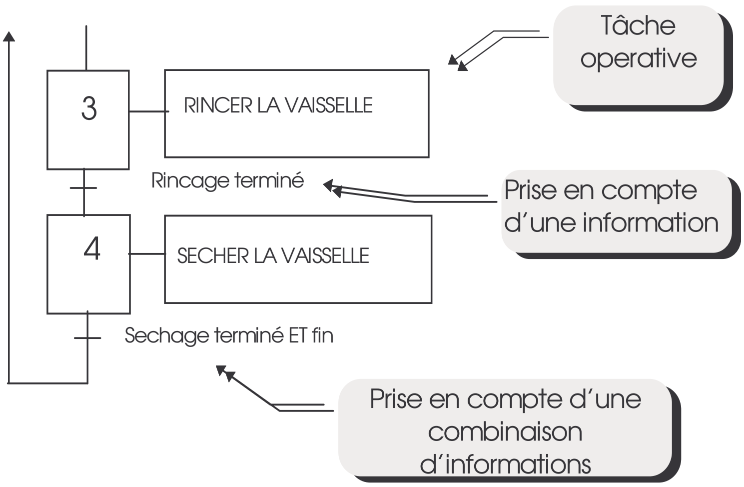
Evaluation:

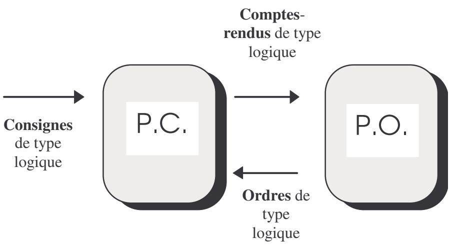
	1	2	3	4
Attitude				
Compréhension				
Méthode de travail				
Quantité de travail				
Soin				

Les fonctions logiques

Introduction:

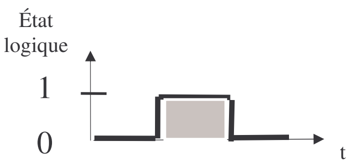
On a vu précédemment qu'un graphe de coordination des tâches d'un système automatisé présente l'organisation de tâches opératives qui permettent de décrire l'évolution attendue du comportement du système. Il permet, à partir de la prise en compte d'une information ou d'une combinaison d'informations (provenant de l'environnement du système: les comptes-rendus,
les consignes) de décrire la réalisation des tâches operatives (ordres).

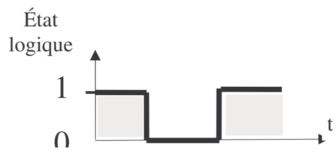




En fait, les consignes, comptes-rendus et ordres sont des informations ou des effets de ***types logiques***

I- Généralités





Un élément logique ne peut avoir que 2 états - vrai ou faux, présent ou absent, tout ou rien - que l'on résume, par convention, par le code numérique **0** (faux) et **1** (vrai).

Chaque signal est le résultat d'une opération logique effectuée par un **opérateur logique.**

Un opérateur logique permet d'effectuer une opération logique sur des variables logiques en appliquant les règles de l'algèbre de Boole (*Georges BOOLE Mathématicien britannique 1815 - 1864 développa son algèbre dans « Les Lois de la Pensée » paru en 1854. Cette algèbre définit les relations entre une ou plusieurs grandeurs d'entrée binaires et une grandeur de sortie binaire*).

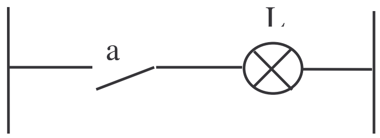
Les fonctions logiques sont représentées par des symboles, dans des **équations logiques.**

II- Les opérateurs logiques élémentaires

II-1) Modélisation des opérateurs logiques:

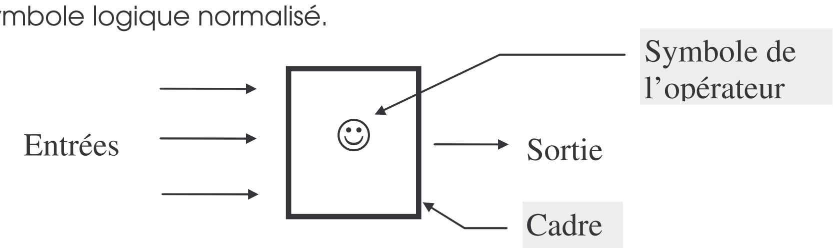
- La désignation logique de ce qu'il permet de faire (ex: OUI ou ÉGALITÉ).
- Le schéma logique à contacts (électrique):

a : contact à fermeture (variable d'entrée)



L : lampe (variable de sortie)

- Le tableau de vérité qui précise tous les états logiques possibles des entrées et par conséquence de la sortie. Il se déduit de l'analyse fonctionnelle du schéma logique.
- L'équation logique ou booléenne correspondante.
- Le symbole logique normalisé.



<u>Première partie : Définition des opérateurs logique de base.</u>

Travail demandé :

Pour chaque fonction, tester sur la plaque les différentes valeurs du tableau de vérité
Seule la fonction OUI ne peut pas être traitée dans un premier temps (raisonnez sur le schéma à contacts
Vous vous aiderez du dossier technique pour les premier branchement .
Ne pas hésiter à appeler le professeur en cas de doute.

Fonction OUI (EGALITE)

La fonction égalité est toujours égale à la variable dont elle dépend.

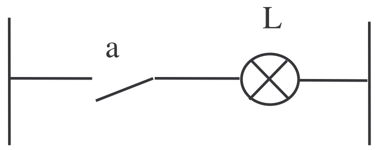
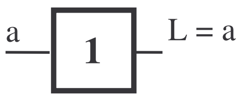
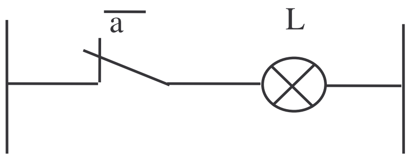
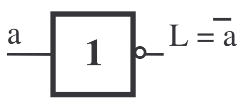
Schéma à contacts	Équation logique	Symbole logique
	L = a	

Table de vérité de la fonction **OUI**

Entrée **a**	Sortie **L**
0	
1	

Fonction NON (PAS, INVERSION)

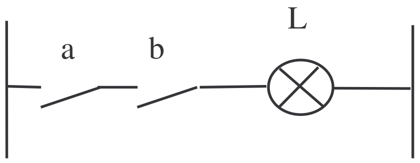
Schéma à contacts	Équation logique	Symbole logique
	L = $\overline{a}$ $\overline{a}$ se lit « a barre »	

La fonction complément est toujours égale au contraire de la variable dont elle dépend.

Table de vérité de la fonction **NON**

Entrée **a**	Sortie **L**
0	
1	

Fonction ET

<table>
<tr><th>Schéma à contacts</th><th>Équation logique</th><th>Symbole logique</th></tr>
<tr><td>
</td><td>L = a . b

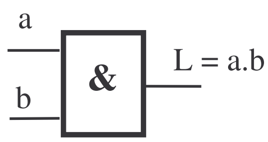
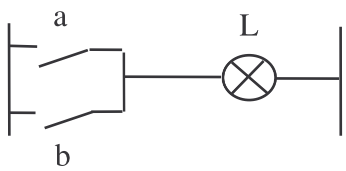
se lit « a ET b »</td><td>
</td></tr>
</table>

Table de vérité de la fonction **ET**

Entrée **a**	Entrée **b**	Sortie **S**
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

On écrit : **S = a . b**

Fonction OU

<table>
<tr><th>Schéma à contacts</th><th>Équation logique</th><th>Symbole logique</th></tr>
<tr><td>
</td><td>L = a + b

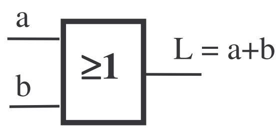
se lit « a OU b »</td><td>
</td></tr>
</table>

Table de vérité de la fonction **OU**

Entrée **a**	Entrée **b**	Sortie **L**
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

On écrit : **L = a + b**

Deuxième partie : Définition des opérateurs logique complémentaire.

Travail demandé :

Sur la plaque, il y a deux autres fonctions dont les symboles sont ci dessous.
Pour ces deux fonctions :

- *faire la table de vérité.*
- *Ecrire l'équation logique correspondante.*

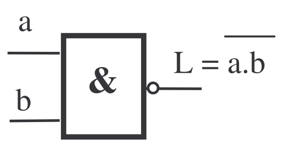
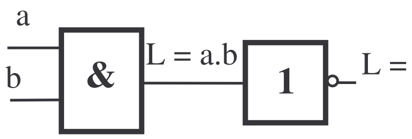
	Équation logique	Symbole logique
	L =	

Table de vérité de la fonction :

Entrée **a**	Entrée **b**	Sortie **S**

On écrit : **L =**

Comparer avec :



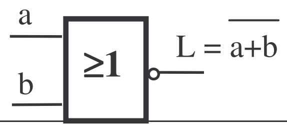
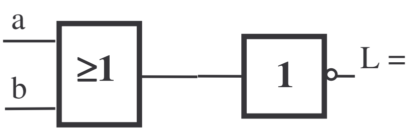
	Équation logique	Symbole logique
	L =	

Table de vérité de la fonction

Entrée **a**	Entrée **b**	Sortie **L**

On écrit : **L =**

Comparer avec :



APPELER LE PROFESSEUR POUR FAIRE CONSTATER LE RESULTAT

Troisième partie - Relations fondamentales de l'algèbre de logique

IV-1) Pour l'opérateur ET (*le produit*)

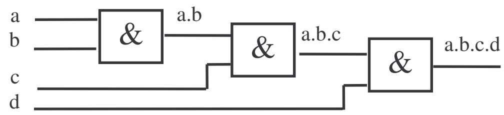
Travail demandé :

Soit en réfléchissant, soit en utilisant la console de câblage, compléter les points suivant :

COMMUTATIVITE

a . b …… b . a

ASSOCIATIVITE



a.b.c.d …… [(a . b) . c] . d

LES PRODUIT REMARQUABLES

a . a = ……..

a . $\overline{a}$ = …………

a . 0 = …….

a . 1 = ……

IV-1) Pour l'opérateur OU (*la somme*)

COMMUTATIVITE

a + b ……..b + a

ASSOCIATIVITE

a+b+c+d …………[(a + b) + c] + d

LES PRODUIT REMARQUABLES

a + a = ……..

a + $\overline{a}$ = …………

a + 0 = …….

a + 1 = ……

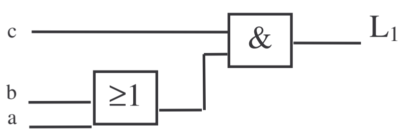
IV-3) Le produit de sommes

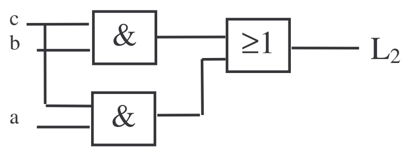
LA DISTRIBUTIVITE

Règle générale :

(a + b) . (c + d) ………a .c + a . d + b . c + b . d

Que peut-on dire de ces deux schémas ?





Ecrire les équations logiques équivalentes :

L_1 = ………………………………………

L_2 = ………………………………………

IV-5) La négation

La double négation ou complémentation d’un terme .

$$S = \overline{\overline{a}} = ...$$

IV-6) Théorème de Morgan.

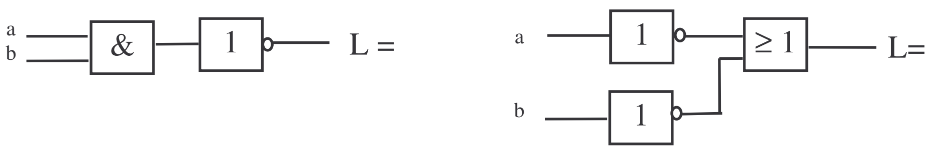
Travail demandé :

Le but de cette partie est de retrouver les principales propriétés du théorème de Morgan
En câblant la console .

Comparer $(\overline{a\,.\,b})$ et $(\overline{a} + \overline{b})$

Table de vérité des fonctions

a	b	a.b	$\overline{a.b}$	$\overline{a}$	$\overline{b}$	$\overline{a+b}$
0	0					
0	1					
1	0					
1	1					

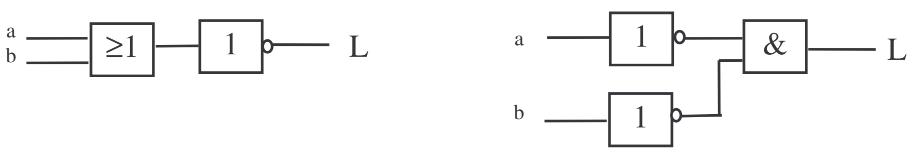


Logigrammes équivalents

Comparer $(\overline{a + b})$ et $(\overline{a}\,.\,\overline{b})$

Table de vérité des fonctions

a	b	a+b	$\overline{a+b}$	$\overline{a}$	$\overline{b}$	$\overline{a.b}$



Logigrammes équivalents

Faire vérifier le résultat par votre professeur

V- Simplification des équation logiques .

Il suffit de d'appliquer successivement des relations vues précédemment.

- Exemple 1 :

  Simplifions : $S = \overline{a} \cdot \overline{b} \cdot c + a \cdot \overline{b} \cdot c + \overline{a} \cdot b \cdot c + a \cdot b \cdot c$

  ....
  ....
  ....
  ....
  ....

- Exemple 2 :

  Simplifions : $S = \overline{a} \cdot b \cdot \overline{c} + \overline{a} \cdot \overline{b} \cdot c + a \cdot b \cdot \overline{c} + a \cdot \overline{b} \cdot c$

  ....
  ....
  ....
  ....
  ....

- Exemple 3 :

  Simplifions : $S = a \cdot \overline{b} \cdot \overline{c} + a \cdot b \cdot \overline{c} + \overline{a} \cdot b \cdot \overline{c} + \overline{a} \cdot b \cdot c$

  ....
  ....
  ....
  ....
  ....

VI- Synthèse sur les relations fondamentales de l'algèbre logique.

	Sommes	Produits
Commutativite	$a + b =$	$a . b =$
Associativite	$a + b + c =$	$a . b . c =$
Distributivite	$a + b . c =$	$a . (b + c) =$
Élements neutres	$a + 0 =$	$a . 1 =$
Complementation	$a + \bar{a} =$	$a . \bar{a} =$
Idempotence	$a + a =$	$a . a =$
Absorption d'un terme	$a + a . b =$	$a . (a + b) =$
Multiple de complement	$\bar{a} + a . b =$	$a . (\bar{a} + b) =$
Élements absorbants	$a + 1 =$	$a . 0 =$
Theoremes de Morgan	$\overline{a + b} =$	$\overline{a . b} =$
Double complementation	$\bar{\bar{a}} =$	