Définition :

La logiques permet, en fonction d'une combinaison d'entrée de définir l'état d'une sortie.

Afin de définir chacune de ces combinaison logique, dîtes fonctions, nous utiliserons plusieurs représentations :

- Une représentation électrique : schéma à contacts
- Une représentation algébrique : équation
- Une représentation arithmétique : table de vérité
- Une représentation littérale : texte de définition
- Une représentation logique : symbole logique

Pour représenter électriquement ces fonctions, nous utiliserons deux types de contacts :

- Contact à fermeture (Normalement ouvert au repos), désigné par une lettre minuscule : a, b, c…

- Contact à ouverture (Normalement fermé au repos), désigné par une lettre minuscule surmontée d'une barre : $\overline{a}$, $\overline{b}$, $\overline{c}$ …

I Fonctions de base

1/ Fonction OUI

Schéma :

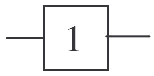
La lampe L est montée en série avec le contact ; elle s'allume quand le contact a est actionné.

Equation : $\boxed{L = a}$

Table de vérité :

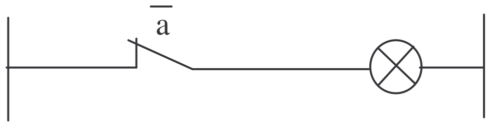
a	L
0	0
1	1

Symbole logique :



2/ Fonction NON

Schéma :



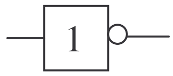
La lampe L est montée en série avec le contact ; elle s'éteint quand le contact a est actionné.

Equation : $\boxed{L = \bar{a}}$

Table de vérité :

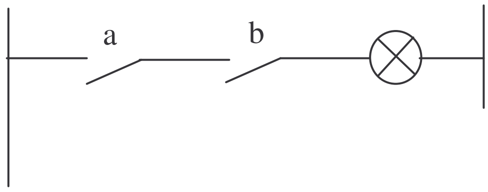
a	L
0	1
1	0

Symbole logique :



3/ Fonction ET

Schéma :



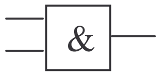
La lampe L s'allume si l'on appuie sur a ET sur b et seulement dans ce cas là.
La fonction ET est caractérisée par des contacts montés en série.

Equation : $\boxed{L = a\,.\,b}$ $\boxed{L = a \times b}$

Table de vérité :

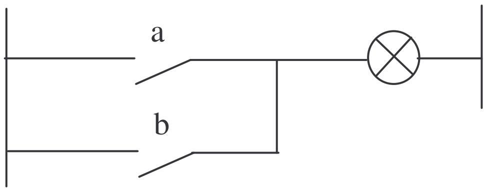
a	b	L
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Symbole logique :



4/ Fonction OU

Schéma :



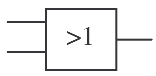
La lampe L s'allume si l'on appuie sur a OU sur b , à plus forte raison si l'on appuie sur a et sur b. La fonction OU est caractérisée par des contacts montés en parallèle.

Equation : $\boxed{L = a + b}$

Table de vérité :

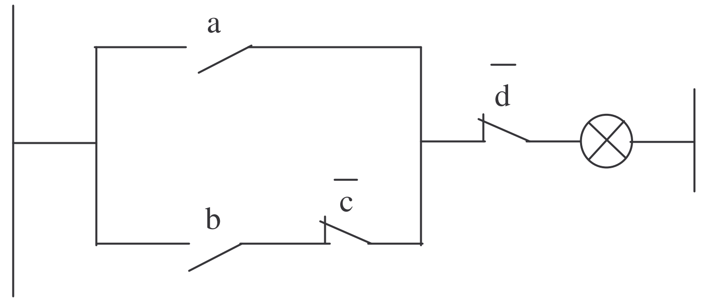
a	b	L
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Symbole logique :



APLLICATION

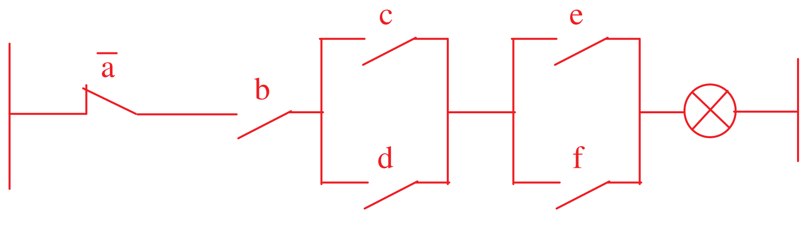
1/ Traduire ce schéma en équation logique



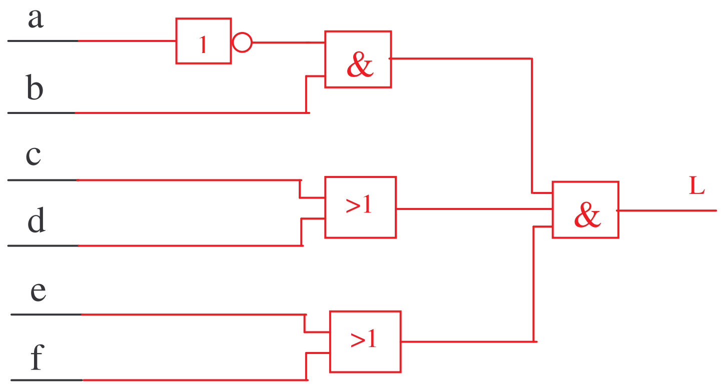
$L = [a + (b . \overline{c})] . \overline{d}$

2/ Traduire cette équation en schéma électrique

$L = a . b . (c + d) . (e + f)$



Traduire maintenant cette équation en logigramme



II Relations en Algèbre Logique

1/ Commutativité

Le produit logique (fonction ET) est commutatif, on peut écrire :

$$a . b = b . a$$

De même, on peut commuter les termes d'une somme :

$$a + b = b + a$$

2/ Associativité

Les propriétés d'associativités sont applicables aux expressions logiques :

Ex : $a + (b + c)$ peut s'écrire : $(a + b) + c$
$= (a + c) + b$
$= a + b + c$

De même, $a . (b . c) = (a . b) . c$
$= (a . c) . b$
$= a . b . c$

3/ Distributivité

➤ Distributivité de la fonction ET par rapport à la fonction OU :

$$a . (b + c) = (a . b) + (a . c)$$

➤ Distributivité de la fonction OU par rapport à la fonction ET :

$$a + (b . c) = (a + b) . (a + c)$$

Les propriétés en algèbre logique sont les mêmes que celles de l'algèbre, avec en plus la distributivité de l'addition (OU) par rapport à la multiplication (ET)

III Théorèmes de De Morgan

1/ Premier théorème

Le complément d'une somme logique est égale au produit logique des termes complémentés de cette somme.

$$\overline{a + b} = \bar{a} \,.\, \bar{b}$$

Ex : $\overline{a + b + c} = \bar{a} \,.\, \bar{b} \,.\, \bar{c}$

$\overline{a + \bar{b}} = \bar{a} \,.\, \bar{\bar{b}} = \bar{a} \,.\, b$

2/ Deuxième théorème

Le complément d'un produit logique est égal à la somme logique des termes complémentés de ce produit.

$$\overline{a \,.\, b} = \bar{a} + \bar{b}$$

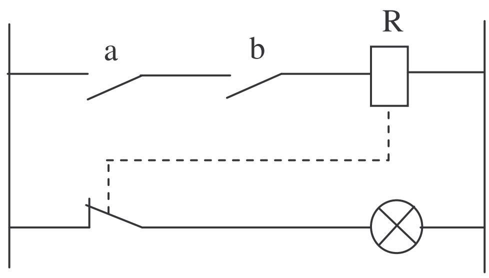
Ex : $\overline{a \,.\, b \,.\, c} = \bar{a} + \bar{b} + \bar{c}$

$\overline{\bar{a} \,.\, b} = \bar{\bar{a}} + \bar{b} = a + \bar{b}$

3/ Fonction NON ET (NAND)

C'est une fonction ET dont la sortie est complémentée.

Schéma

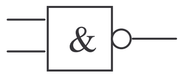


Equation $L = \overline{a + b} = \bar{a} \,.\, \bar{b}$

Table de vérité

a	b	L
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

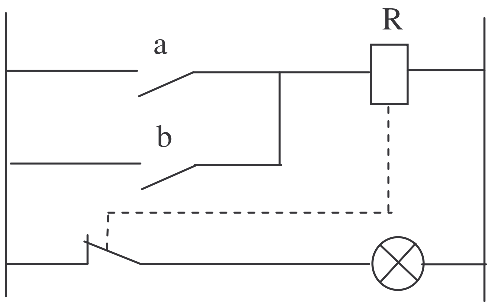
Symbole



4/ Fonction NON OU (NOR)

C’est une fonction OU dont la sortie est complémentée

Schéma



Equation $L = \overline{a + b} = \overline{a} \, . \, \overline{b}$

Table de vérité

a	b	L
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

Symbole